Corrigé du contrôle 3

Exercice 1 :

A. 1. $\frac{3x-1}{2} - \frac{10x+1}{7} = \frac{21x-7}{14} - \frac{20x+2}{14} = \frac{21x-7-(20x+2)}{14} = \frac{x-9}{14}$

2. Pour comparer $\frac{3x-1}{2}$ et $\frac{10x+1}{7}$, il faut étudier le signe de leur différence c'est-à-dire de :

$\frac{3x-1}{2} - \frac{10x+1}{7}$ Or, $\frac{3x-1}{2} - \frac{10x+1}{7} = \frac{x-9}{14}$

14 est un nombre positif donc $\frac{x-9}{14}$ est du signe de $x - 9$.

<u>1er cas :</u> $x < 9$ donc $x - 9 < 0$ et $\frac{x-9}{14} < 0$. Par conséquent, $\frac{3x-1}{2} - \frac{10x+1}{7} < 0$ et finalement,

$\frac{3x-1}{2} < \frac{10x+1}{7}$

<u>2ème cas :</u> $x = 9$ donc $x - 9 = 0$ et $\frac{x-9}{14} = 0$. Par conséquent, $\frac{3x-1}{2} - \frac{10x+1}{7} = 0$ et finalement,

$\frac{3x-1}{2} = \frac{10x+1}{7}$

<u>3ème cas :</u> $x > 9$ donc $x - 9 > 0$ et $\frac{x-9}{14} > 0$. Par conséquent, $\frac{3x-1}{2} - \frac{10x+1}{7} > 0$ et

finalement, $\frac{3x-1}{2} > \frac{10x+1}{7}$

B. $|x + 3| = 7$ est équivalent à $|x - (-3)| = 7$. La distance entre x et -3 est égale à 7 donc (après un schéma avec la droite graduée), on a : $S = \{-10 ;4\}$

$|x - 4| \leq 2$. La distance entre x et 4 est inférieure ou égale à 2 donc (après un schéma avec la droite graduée), on a : $S = [2 ;6]$.

Exercice 2 :

2. $\overrightarrow{AC}$ $(x_C - x_A ;y_C - y_A)$ donc $\overrightarrow{AC}$ $(5 + 1 ;4 - 2)$ et $\overrightarrow{AC}$ $(6 ;2)$

3. Pour montrer que ABCD est un parallélogramme, il suffit de montrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.
Après calculs, $\overrightarrow{AB}$ $(4 ;-1)$ et $\overrightarrow{DC}$ $(4 ;-1)$. Les coordonnées de ces vecteurs sont égales donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ est ABCD est un parallélogramme.

4. $\overrightarrow{BD}$ $(-2 ;4)$ donc $-\frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$ $(\frac{1}{2} ; -1)$ et par conséquent, $\overrightarrow{AF}$ $(\frac{1}{2} ;-1)$

Je sais aussi que $\overrightarrow{AF}$ $(x_F - x_A ;y_F - y_A)$ donc $\overrightarrow{AF}$ $(x_F +1 ;y_F - 2)$

Nous avons : $x_F +1 = \frac{1}{2}$ donc $x_F = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$ et $y_F - 2 = -1$ donc $y_F = -1 + 2 = 1$ F $(-\frac{1}{2} ;1)$

5. $\overrightarrow{AC}$ $(6 :2)$ et $\overrightarrow{OB}$ $(3 ;1)$ donc $\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{OB}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont colinéaires donc les droites (AC) et (OB) sont parallèles.

6. $x_E = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ et $y_E = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$ E $(2 ;3)$

Exercice 3 :

A. 2. $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$ (Chasles) $= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ (d'après l'énoncé $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$)

Or $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ (Chasles) $= \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

3. On a $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires et par conséquent, les points A, D et E sont alignés.

B. 1. A $(0 ;0)$ B $(1 ;0)$ C$(0 ;1)$ D$(2 ;1)$

2. E $(\frac{2}{3} ; \frac{1}{3})$ car $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et le repère est $(A ;\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$