

Contrôle 4

L'usage de la calculatrice est autorisé. (durée : 2 heures)

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (Bac S Polynésie Septembre 2002) : 10 points

Une compagnie d'assurance automobile fait un bilan des frais d'intervention, parmi ses dossiers d'accidents de la circulation.

85 % des dossiers entraînent des frais de réparation matérielle.

20 % des dossiers entraînent des frais de dommages corporels.

12 % des dossiers entraînant des frais de réparation matérielle entraînent aussi des frais de dommages corporels.

Soit les événements suivants :

R : « Le dossier traité entraîne des frais de réparation matérielle ».

D : « Le dossier traité entraîne des frais de dommages corporels ».

1. En utilisant les notations R et D, exprimer les trois pourcentages de l'énoncé en termes de probabilités ; les résultats seront donnés sous forme décimale.

2. Calculer la probabilité qu'un dossier

- entraîne des frais de réparation matérielle et des frais de dommages corporels ;
- entraîne seulement des frais de réparation matérielle ;
- entraîne seulement des frais de dommages corporels ;
- n'entraîne ni frais de réparation matérielle ni frais de dommages corporels ;
- entraîne des frais de réparation matérielle sachant qu'il entraîne des frais de dommages corporels.

3. On constate que 40 % des dossiers traités correspondent à des excès de vitesse et, parmi ces derniers, 60 % entraînent des frais de dommages corporels.

- On choisit un dossier ; quelle est la probabilité que ce dossier corresponde à un excès de vitesse et entraîne des frais de dommages corporels ?
- On choisit cinq dossiers de façon indépendante. Quelle est la probabilité qu'au moins un dossier corresponde à un excès de vitesse et entraîne des frais de dommages corporels ?

Exercice 2 (Asie juin 2001) : 10 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

On appelle f l'application qui, à tout point M d'affixe z ($z \neq -1$) associe le point M' d'affixe

$$z' \text{ telle que : } z' = \frac{-iz - 2}{z + 1}$$

Soient A, B et C les points d'affixes respectives $a = -1$, $b = 2i$ et $c = -i$.

- Soit C' l'image de C par f . Donner l'affixe c' du point C' sous forme algébrique, puis sous forme trigonométrique.
- Calculer l'affixe d du point D ayant pour image par f le point D' d'affixe $d' = \frac{1}{2}$
- Pour tout nombre complexe z différent de -1 , on note p le module de $z + 1$ (c'est-à-dire $|z + 1| = p$) et p' le module de $z' + i$ (c'est-à-dire $|z' + i| = p'$).
 - Démontrer que, pour tout nombre complexe z différent de -1 , on a : $pp' = \sqrt{5}$.
 - Si le point M appartient au cercle (Γ) de centre A et de rayon 2, montrer qu'alors $M' = f(M)$ appartient à un cercle (Γ') , dont on précisera le centre et le rayon.
- Pour tout nombre complexe z différent de -1 , on considère le nombre complexe
$$\omega = \frac{z - 2i}{z + 1}$$
 - Interprétez géométriquement l'argument du nombre complexe ω .
 - Montrer que $z' = -i\omega$
 - Déterminer l'ensemble (F) des points M d'affixe z telle que z' soit un réel non nul.
 - Vérifier que le point D appartient aux ensembles (Γ) et (F).
- Représentez les ensembles (Γ) , (F) et (Γ') en prenant 4 cm pour unité graphique.